Trabajo y energía

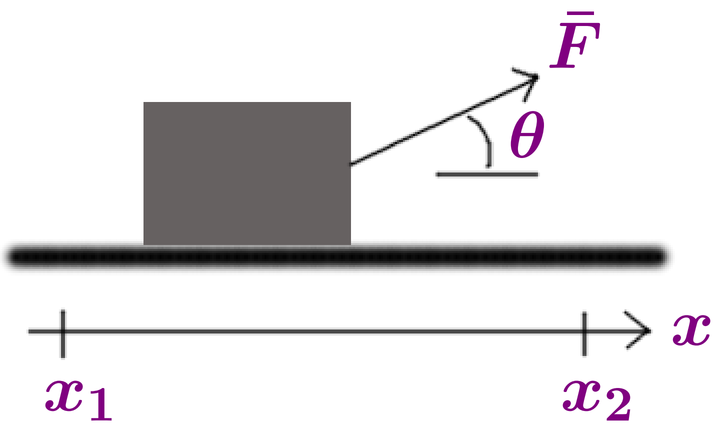
Prof. Jesús Hernández Trujillo
Facultad de Química, UNAM

Definición de trabajo

- En mecánica clásica, se define el trabajo, W, que efectúa una fuerza sobre un sistema.

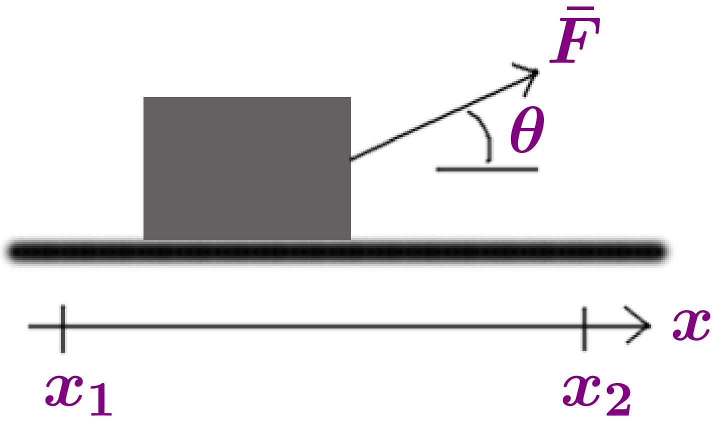
Definición de trabajo

- En mecánica clásica, se define el trabajo, W, que efectúa una fuerza sobre un sistema.
- El caso más simple: una fuerza constante que actúa sobre un objeto que se mueve en una dimensión:



Definición de trabajo

- En mecánica clásica, se define el trabajo, W, que efectúa una fuerza sobre un sistema.
- El caso más simple: una fuerza constante que actúa sobre un objeto que se mueve en una dimensión:



$$W = F\cos\theta\,\Delta x$$

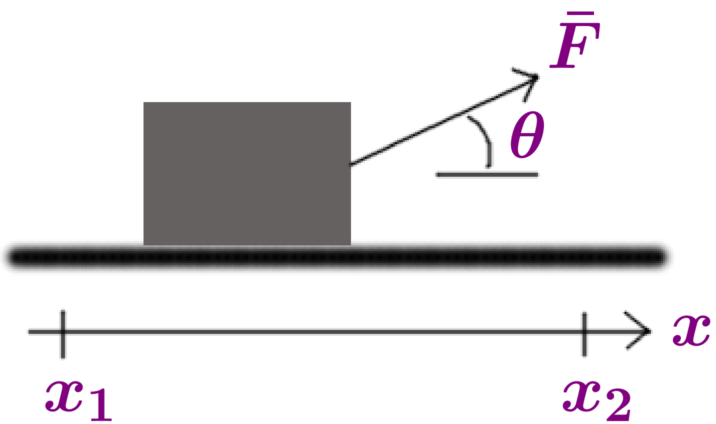
donde

$F = ||\bar{F}||$: magnitud de $\bar{F}$

$\Delta x = x_2 - x_1$: desplazamiento

Definición de trabajo

- En mecánica clásica, se define el trabajo, W, que efectúa una fuerza sobre un sistema.
- El caso más simple: una fuerza constante que actúa sobre un objeto que se mueve en una dimensión:



$$W = F \cos\theta \, \Delta x$$

signo	realizado:
$W < 0$:	por el sistema
$W > 0$:	sobre el sistema

donde

$F = ||\bar{F}||$: magnitud de $\bar{F}$

$\Delta x = x_2 - x_1$: desplazamiento

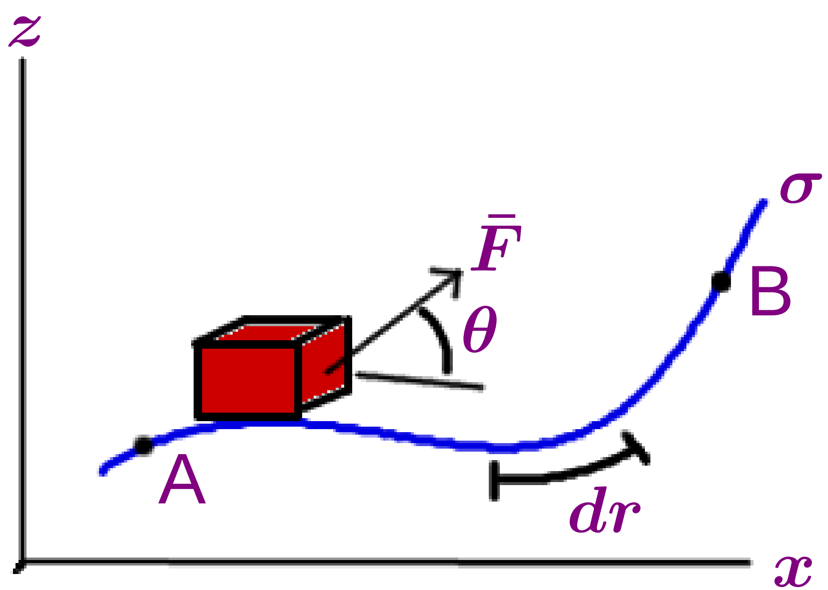
Cuando la fuerza es variable:

$$dW = F(x)\cos\theta dx$$

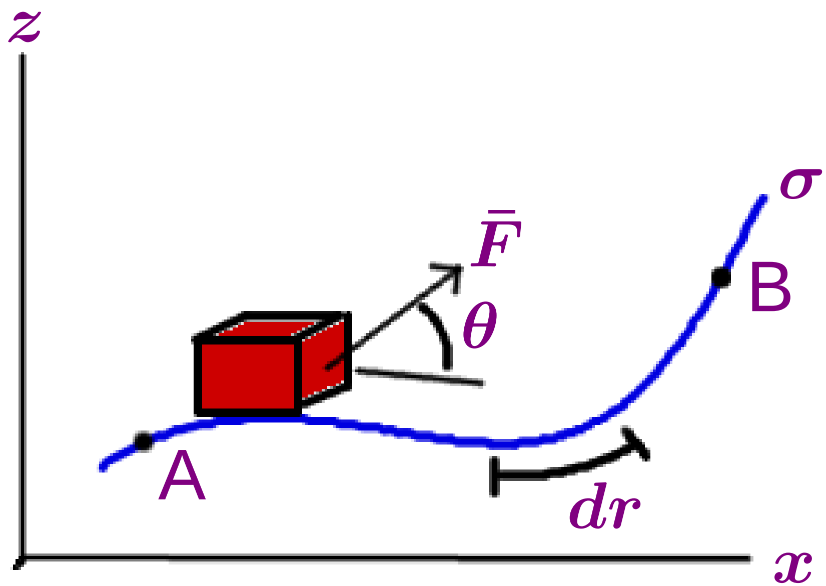
Al integrar entre x_1 y x_2:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F(x)\cos\theta dx$$

En dos dimensiones y bajo una fuerza variable $\bar{F}(x, y)$:



En dos dimensiones y bajo una fuerza variable $\bar{F}(x,y)$:



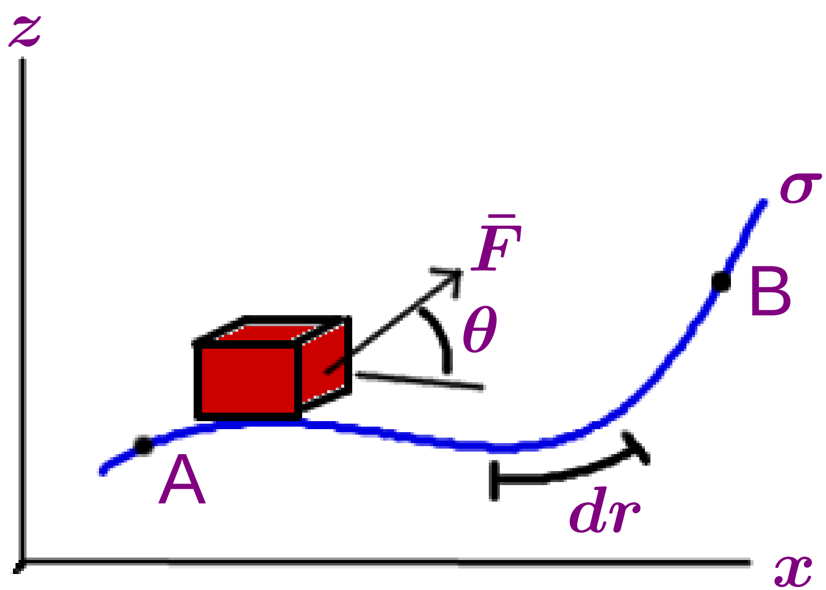
Elemento diferencial de arco:

$$dW = F\cos\theta dr = \bar{F}\cdot d\bar{r}$$

donde

$$\begin{aligned} d\bar{r} &= (dx, dy) \\ &= \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right) dt = \bar{v}(t)\, dt \end{aligned}$$

En dos dimensiones y bajo una fuerza variable $\bar{F}(x,y)$:



Elemento diferencial de arco:

$$dW = F\cos\theta dr = \bar{F}\cdot d\bar{r}$$

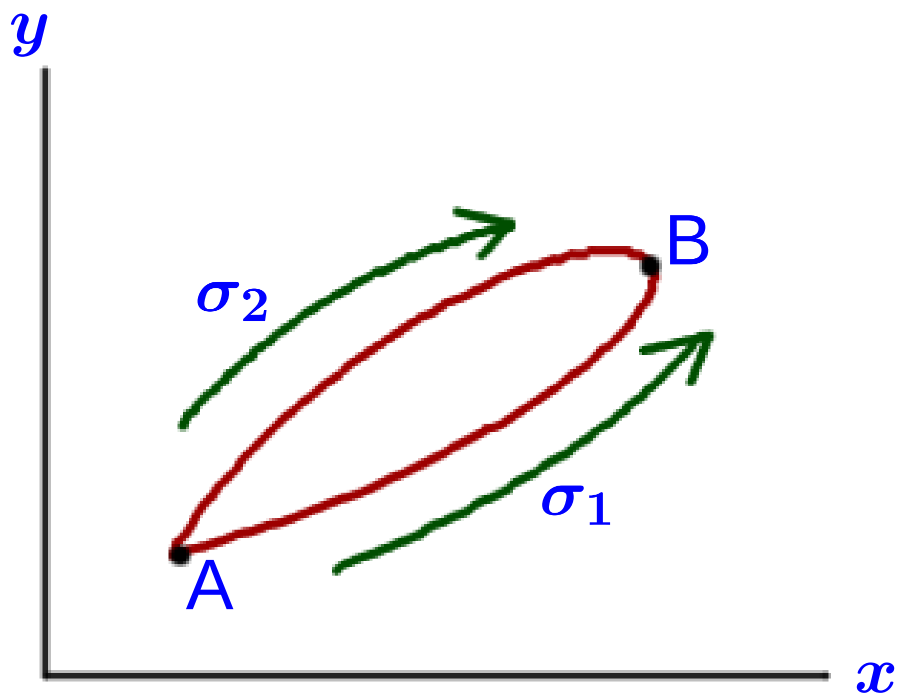
donde

$$\begin{aligned} d\bar{r} &= (dx, dy) \\ &= \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right) dt = \bar{v}(t)\, dt \end{aligned}$$

Al integrar entre A y B a lo largo de σ:

$$W = \int_\sigma dW = \int_\sigma \bar{F}\cdot d\bar{r} = \int_{t_{\mathrm{A}}}^{t_{\mathrm{B}}} \bar{F}\cdot v(t)\, dt$$

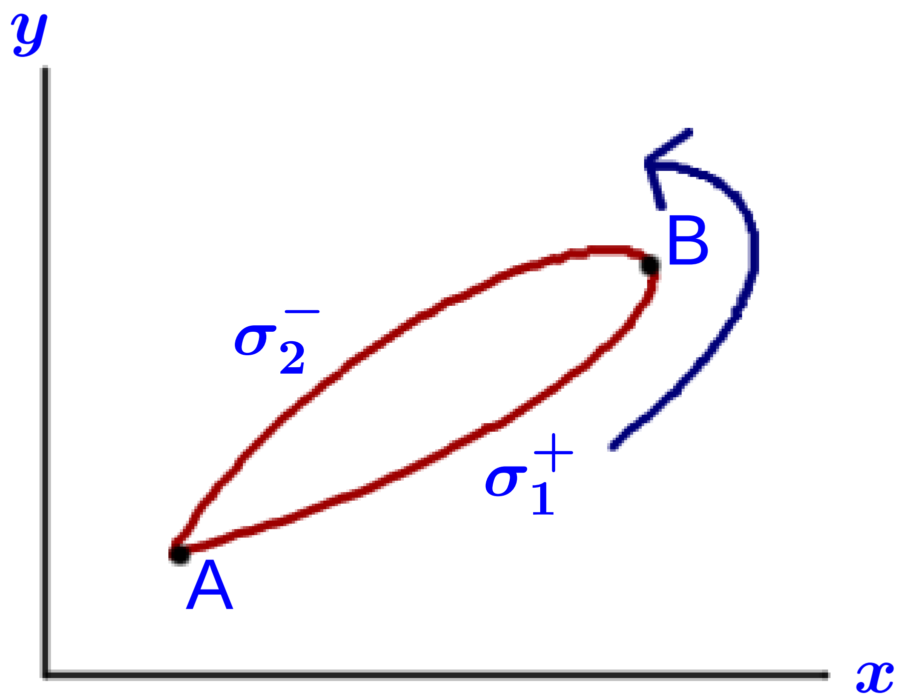
El trabajo realizado de A a B a lo largo de σ_1 no tiene que ser igual al realizado de A a B sobre σ_2:



$$(W_1 = \int_{\sigma_1} \bar{F} \cdot d\bar{r}) \neq (W_2 = \int_{\sigma_2} \bar{F} \cdot d\bar{r})$$

W depende de la trayectoria

Por lo tanto, el trabajo realizado a lo largo de la trayectoria cerrada $\sigma_1^+ \cup \sigma_2^-$ es:



$$\begin{aligned} W &= \oint dW = \int_{\sigma_1^+} dW + \int_{\sigma_2^-} dW \\ &= \int_{\sigma_1^+} dW - \int_{\sigma_2^+} dW = W_1 - W_2 \neq 0 \end{aligned}$$

Teorema del trabajo y la energía

El trabajo entre los puntos A y B sobre la trayectoria σ es

$$W = \int_{\sigma} \bar{F} \cdot d\bar{r}$$

y por la segunda ley de Newton:

$$\bar{F} = m\frac{d\bar{v}}{dr}$$

se obtiene

$$W = \int_{\sigma} m\frac{d\bar{v}}{dt} \cdot d\bar{r} = m\int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \left[\frac{d\bar{v}}{dt} \cdot \bar{v}\right] dt = m\int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \frac{1}{2}\frac{d[\bar{v} \cdot \bar{v}]}{dt} dt$$

- Por lo tanto:

$$W = \frac{m}{2}\, v^2 \Big|_A^B = \frac{m v_B^2}{2} - \frac{m v_A^2}{2}$$

- Por lo tanto:

$$W = \frac{m}{2}\, v^2\Big|_A^B = \frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2}$$

- Definición de energía cinética:

$$E_c = \frac{mv^2}{2}$$

- Por lo tanto:

$$W = \frac{m}{2}\, v^2\Big|_A^B = \frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2}$$

- Definición de energía cinética:

$$E_c = \frac{mv^2}{2}$$

- Teorema del trabajo y la energía

$$W = E_{c,B} - E_{c,A} = \Delta E_c$$

Se cumple en 1, 2 o 3 dimensiones

Fuerzas conservativas

- En una dimensión:

$$F(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$$

$V(x)$ es una función de la energía potencial

Fuerzas conservativas

- En una dimensión:

$$F(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$$

$V(x)$ es una función de la energía potencial

- En dos dimensiones:

$$F(x,y) = -\nabla V(x,y) = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}\right)$$

En este caso:

$$\begin{aligned} dW &= -\nabla V \cdot d\bar{r} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}\right) \cdot (dx, dy) \\ &= -\frac{\partial V}{\partial x} dx - \frac{\partial V}{\partial y} dy = -dV \end{aligned}$$

- Es decir, cuando las fuerzas que actúan sobre un sistema son conservativas, la diferencial del trabajo es una diferencial exacta:

$$W = \int_{\sigma} dW = -\int_{A}^{B} dV = -(V_B - V_A) = -\Delta V$$

- Es decir, cuando las fuerzas que actúan sobre un sistema son conservativas, la diferencial del trabajo es una diferencial exacta:

$$W = \int_\sigma dW = -\int_A^B dV = -(V_B - V_A) = -\Delta V$$

- Al usar el teorema del trabajo y la energía:

$$W = \Delta E_c = -\Delta V$$

o bien

$$E_{c,A} + V_A = E_{c,B} + V_B$$

La energía mecánica de un sistema conservativo no cambia en el tiempo

- El caso general es aquél donde las fuerzas no son conservativas (e.g. fuerzas de fricción)

- El caso general es aquél donde las fuerzas no son conservativas (e.g. fuerzas de fricción)

- En tal situación, dW no es una diferencial exacta

Notación: $\text{đ}W$

- El caso general es aquél donde las fuerzas no son conservativas (e.g. fuerzas de fricción)

- En tal situación, dW no es una diferencial exacta

Notación: $đW$

- Resumen

caso	integral de A a B	integral cíclica
dW es exacta	indep. de la trayectoria	cero
$đW$ es inexacta	dep. de la trayectoria	diferente de cero