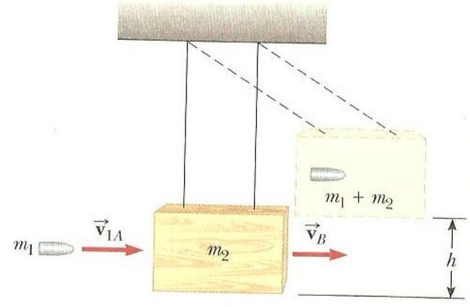
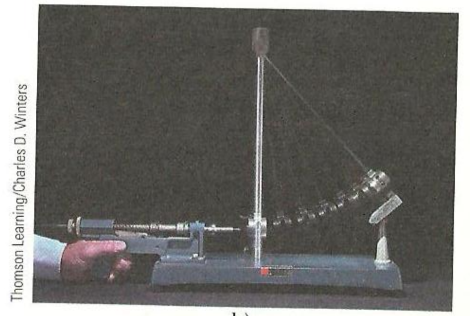
COLISIÓN INELÁSTICA Y COLISION ELÁSTICA 2-D

EJEMPLO 9.6 **El péndulo balístico**

El péndulo balístico (figura 9.9) es un aparato que se usa para medir la rapidez de un proyectil que se mueve rápidamente, como una bala. Un proyectil de masa m_1 se dispara hacia un gran bloque de madera de masa m_2 suspendido de unos alambres ligeros. El proyectil se incrusta en el bloque y todo el sistema se balancea hasta una altura h. ¿Cómo se determina la rapidez del proyectil a partir de una medición de h?



a)



b)

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 9.9a ayuda a formar ideas de la situación. Siga la animación en su mente: el proyectil entra al péndulo, que se balancea cierta altura hasta que llega al reposo.

Categorizar El proyectil y el bloque forman un sistema aislado. Identifique la configuración A como inmediatamente antes de la colisión y la configuración B como inmediatamente después de la colisión. Ya que el proyectil se incrusta en el bloque, la colisión entre ellos se considera como perfectamente inelástica.

Analizar Para analizar la colisión, se aplica la ecuación 9.15, que proporciona la rapidez del sistema inmediatamente después de la colisión cuando se considera la aproximación de impulso.

Al notar que $v_{2A} = 0$, resuelva la ecuación 9.15 para v_B:

$$1)\quad v_B = \frac{m_1 v_{1A}}{m_1 + m_2}$$

Categorizar Para el proceso durante el que la combinación proyectil–bloque se balancea hacia arriba a una altura h (y termina en la configuración C), considere un sistema *diferente*, el del proyectil, el bloque y la Tierra. Esta parte del problema se clasifica como un sistema aislado para energía sin fuerzas no conservativas en acción.

Analizar Escriba una expresión para la energía cinética total del sistema inmediatamente después de la colisión:

$$2)\quad K_B = \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)v_B^{\,2}$$

Sustituya el valor de v_B de la ecuación 1) en la ecuación 2):

$$K_B = \frac{m_1^{\,2} v_{1A}^{\,2}}{2(m_1 + m_2)}$$

Esta energía cinética del sistema inmediatamente después de la colisión es *menor* que la energía cinética inicial del proyectil, como se esperaba en una colisión inelástica.

La energía potencial gravitacional del sistema se define como cero para la configuración B. Por lo tanto, $U_B = 0$, mientras que $U_C = (m_1 + m_2)gh$.

Aplique el principio de conservación de la energía mecánica al sistema:

$$K_B + U_B = K_C + U_C$$

$$\frac{m_1^{\,2} v_{1A}^{\,2}}{2(m_1 + m_2)} + 0 = 0 + (m_1 + m_2)gh$$

Resuelva para v_{1A}:

$$v_{1A} = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)\sqrt{2gh}$$

Finalizar Este problema tuvo que resolverse en dos etapas. Cada etapa involucró un sistema diferente y un principio de conservación diferente. Ya que la colisión se considera perfectamente inelástica, alguna energía mecánica se transformó en energía interna. Hubiera sido *incorrecto* igualar la energía cinética inicial del proyectil que entra con la energía potencial gravitacional final de la combinación proyectil–bloque–Tierra.

Ref. Serway y Jewett, Física para ciencias e ingeniería, Vol. 1, Séptima Edición, Cengage Learning, 2008

COLISIÓN INELÁSTICA Y COLISION ELÁSTICA 2-D

EJEMPLO 9.8 Colisión en un cruce

Un automóvil de 1 500 kg, que viaja al este con una rapidez de 25.0 m/s, choca en un cruce con una camioneta de 2 500 kg que viaja al norte con una rapidez de 20.0 m/s, como se muestra en la figura 9.12. Encuentre la dirección y magnitud de la velocidad del choque después de la colisión, y suponga que los vehículos quedan unidos después de la colisión.

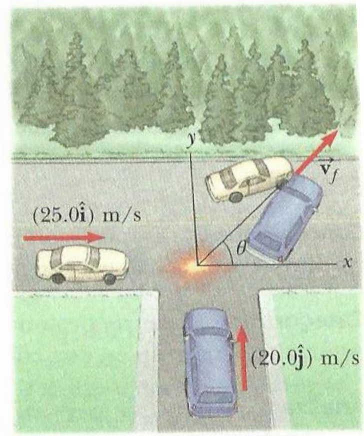


Figura 9.12 (Ejemplo 9.8) Un automóvil que viaja hacia el este choca con una camioneta que viaja hacia el norte.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 9.12 debe ayudarlo a formar ideas de la situación antes y después de la colisión. Elija el este a lo largo de la dirección x positiva y el norte a lo largo de la dirección y positiva.

Categorizar Como se consideran los momentos inmediatamente antes e inmediatamente después de la colisión como definitorios del intervalo de tiempo, se ignora el efecto pequeño que la fricción tendría sobre las llantas del automóvil y el sistema de dos autos se modela como aislado. También se ignoran los tamaños de los automóviles y se les modela como partículas. La colisión es perfectamente inelástica porque los dos autos quedan unidos después de la colisión.

Analizar Antes de la colisión, el único objeto que tiene cantidad de movimiento en la dirección x es el automóvil. Por lo tanto, la magnitud de la cantidad de movimiento inicial total del sistema (automóvil más camioneta) en la dirección x sólo es la del automóvil. De igual modo, la cantidad de movimiento inicial total del sistema en la dirección y es la de la camioneta. Después de la colisión, suponga que los despojos se mueven a un ángulo θ y rapidez v_f.

Evalúe la cantidad de movimiento inicial del sistema en la dirección x:

$$\sum p_{xi} = (1\,500 \text{ kg})(25.0 \text{ m/s}) = 3.75 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Escriba una expresión para la cantidad de movimiento final en la dirección x:

$$\sum p_{xf} = (4\,000 \text{ kg})v_f \cos\theta$$

Iguale las cantidades de movimiento inicial y final en la dirección x:

$$1) \quad 3.75 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = (4\,000 \text{ kg})v_f \cos\theta$$

Evalúe la cantidad de movimiento inicial del sistema en la dirección y:

$$\sum p_{yi} = (2\,500 \text{ kg})(20.0 \text{ m/s}) = 5.00 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Escriba una expresión para la cantidad de movimiento final en la dirección y:

$$\sum p_{yf} = (4\,000 \text{ kg})v_f \operatorname{sen}\theta$$

Iguale las cantidades de movimiento inicial y final en la dirección y:

$$2) \quad 5.00 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = (4\,000 \text{ kg})v_f \operatorname{sen}\theta$$

Divida la ecuación 2) entre la ecuación 1) y resuelva para θ:

$$\frac{(4\,000 \text{ kg})v_f \operatorname{sen}\theta}{(4\,000 \text{ kg})v_f \cos\theta} = \tan\theta = \frac{5.00 \times 10^4}{3.75 \times 10^4} = 1.33$$

$$\theta = 53.1°$$

Use la ecuación 2) para encontrar el valor de v_f:

$$v_f = \frac{5.00 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{(4\,000 \text{ kg}) \operatorname{sen} 53.1°} = 15.6 \text{ m/s}$$

COLISIÓN INELÁSTICA Y COLISION ELÁSTICA 2-D

EJEMPLO 9.9 Colisión protón–protón

Un protón choca elásticamente con otro protón que inicialmente está en reposo. El protón que entra tiene una rapidez inicial de 3.50×10^5 m/s y hace una colisión oblicua con el segundo protón, como en la figura 9.11. (En separaciones cercanas, los protones ejercen una fuerza electrostática repulsiva mutua.) Después de la colisión, un protón se aleja en un ángulo de 37.0° hacia la dirección de movimiento original y el segundo se desvía a un ángulo ϕ con el mismo eje. Encuentre las magnitudes de velocidad finales de los dos protones y el ángulo ϕ.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Esta colisión es similar a la que se muestra en la figura 9.11, que lo ayudará a formar ideas del comportamiento del sistema. El eje *x* se define a lo largo de la dirección del vector velocidad del protón inicialmente en movimiento.

Categorizar El par de protones forma un sistema aislado. Tanto la cantidad de movimiento como la energía cinética del sistema se conservan en esta colisión elástica oblicua.

Analizar Se sabe que $m_1 = m_2$ y $\theta = 37.0°$, y se sabe que $v_{1i} = 3.50 \times 10^5$ m/s.

Ingrese los valores conocidos en las ecuaciones 9.25, 9.26 y 9.27:

$$1)\quad v_{1f} \cos 37° + v_{2f} \cos \phi = 3.50 \times 10^5 \text{ m/s}$$

$$2)\quad v_{1f} \operatorname{sen} 37.0° - v_{2f} \operatorname{sen} \phi = 0$$

$$3)\quad v_{1f}^2 + v_{2f}^2 = (3.50 \times 10^5 \text{ m/s})^2 = 1.23 \times 10^{11} \text{ m}^2/\text{s}^2$$

Reordene las ecuaciones 1) y 2):

$$v_{2f} \cos \phi = 3.50 \times 10^5 \text{ m/s} - v_{1f} \cos 37.0°$$

$$v_{2f} \operatorname{sen} \phi = v_{1f} \operatorname{sen} 37.0°$$

Eleve al cuadrado estas dos ecuaciones y súmelas:

$$v_{2f}^2 \cos^2 \phi + v_{2f}^2 \operatorname{sen}^2 \phi$$

$$= 1.23 \times 10^{11} \text{ m}^2/\text{s}^2 - (7.00 \times 10^5 \text{ m/s}) v_{1f} \cos 37.0° + v_{1f}^2 \cos^2 37.0°$$

$$+ v_{1f}^2 \operatorname{sen}^2 37.0°$$

$$4)\quad v_{2f}^2 = 1.23 \times 10^{11} - (5.59 \times 10^5) v_{1f} + v_{1f}^2$$

Sustituya la ecuación 4) en la ecuación 3):

$$v_{1f}^2 + [1.23 \times 10^{11} - (5.59 \times 10^5) v_{1f} + v_{1f}^2] = 1.23 \times 10^{11}$$

$$2v_{1f}^2 - (5.59 \times 10^5) v_{1f} = (2v_{1f} - 5.59 \times 10^5) v_{1f} = 0$$

Una posible solución de esta ecuación es $v_{1f} = 0$, que corresponde a una colisión frontal en la que el primer protón se detiene y el segundo continúa con la misma rapidez en la misma dirección. Esta no es la solución que se quiere.

Iguale a cero el otro factor:

$$2v_{1f} - 5.59 \times 10^5 = 0 \quad \rightarrow \quad v_{1f} = 2.80 \times 10^5 \text{ m/s}$$

Use la ecuación 3) para encontrar v_{2f}:

$$v_{2f} = \sqrt{1.23 \times 10^{11} - v_{1f}^2} = \sqrt{1.23 \times 10^{11} - (2.80 \times 10^5)^2}$$

$$= 2.11 \times 10^5 \text{ m/s}$$

Use la ecuación 2) para encontrar ϕ:

$$\phi = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{v_{1f} \operatorname{sen} 37.0°}{v_{2f}}\right) = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{(2.80 \times 10^5) \operatorname{sen} 37.0°}{2.11 \times 10^5}\right) = 53.0°$$

Finalizar Es interesante que $\theta + \phi = 90°$. Este resultado *no* es accidental. Siempre que dos objetos de igual masa choquen elásticamente en una colisión oblicua y uno de ellos inicialmente en reposo, sus velocidades finales son mutuamente perpendiculares.

Ref. Serway y Jewett, Física para ciencias e ingeniería, Vol. 1, Séptima Edición, Cengage Learning, 2008