La naturaleza dual de la materia.

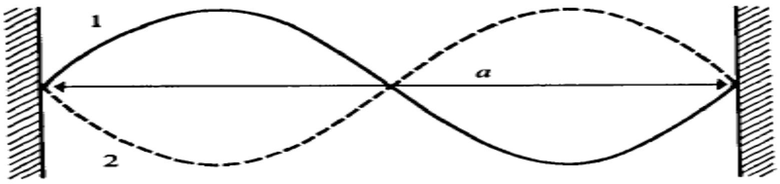
Los electrones y todas las partículas que forman parte del microcosmos tienen un comportamiento dual.

Se comportan como ondas y como corpúsculos.

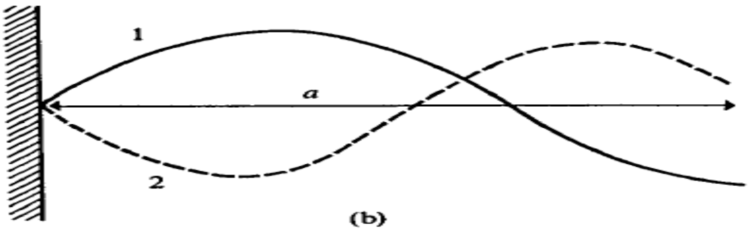
Orígenes:

- Newton consideraba que la luz estaba compuesta de corpúsculos que viajaban muy rápidamente.
- Thomas Young, a principios del siglo XIX, demostró la naturaleza ondulatoria de la luz.
- Maxwell lo confirma con su teoría electromagnética y Hertz lo verifica con experimentos en 1889.
- En 1905, Einstein propone la cuantificación de la luz (los cuantos de luz).
- En 1923, Compton hace una demostración experimental respecto al carácter corpuscular de los fotones, cuya cantidad de movimiento resultó ser la prevista por la teoría,

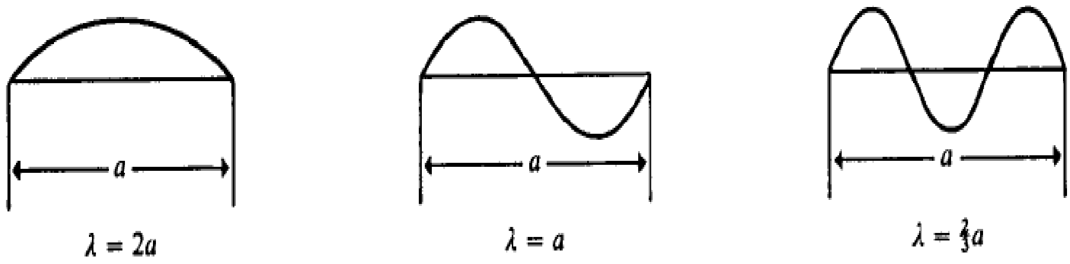
$$p_f = h/\lambda$$



(a)



(b)



La relación general entre a y λ es

$$a = \frac{n\lambda}{2} \quad ; \; n = 1, 2, 3, \ldots$$

Donde *n* es un número cuántico. Si igualamos esta relación con la relación de De Broglie, tenemos:

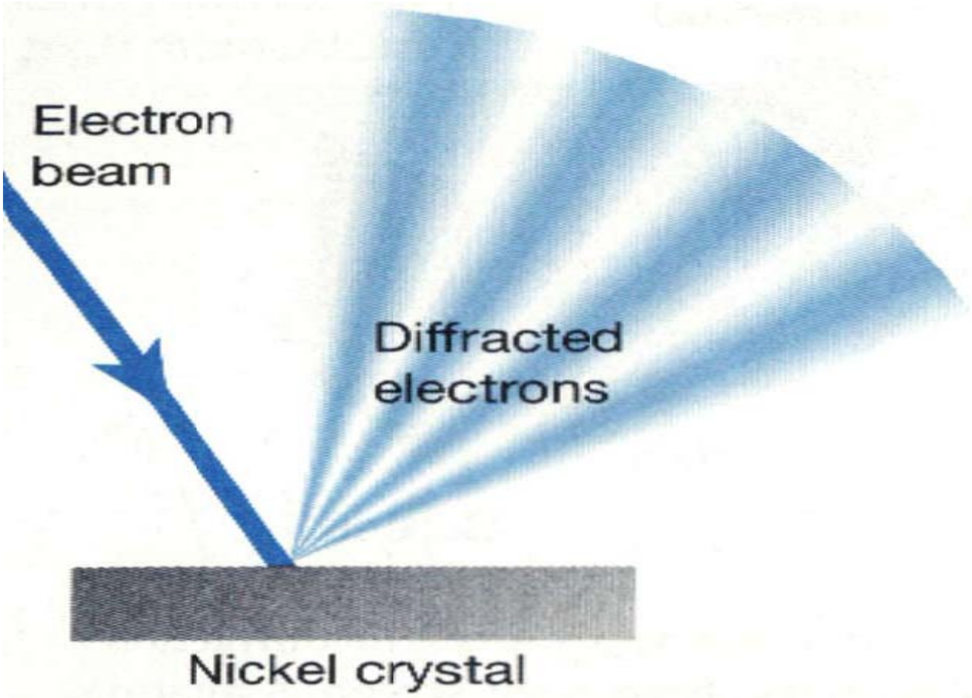
$$p = \frac{nh}{2a}; n = 1,2,3,...$$

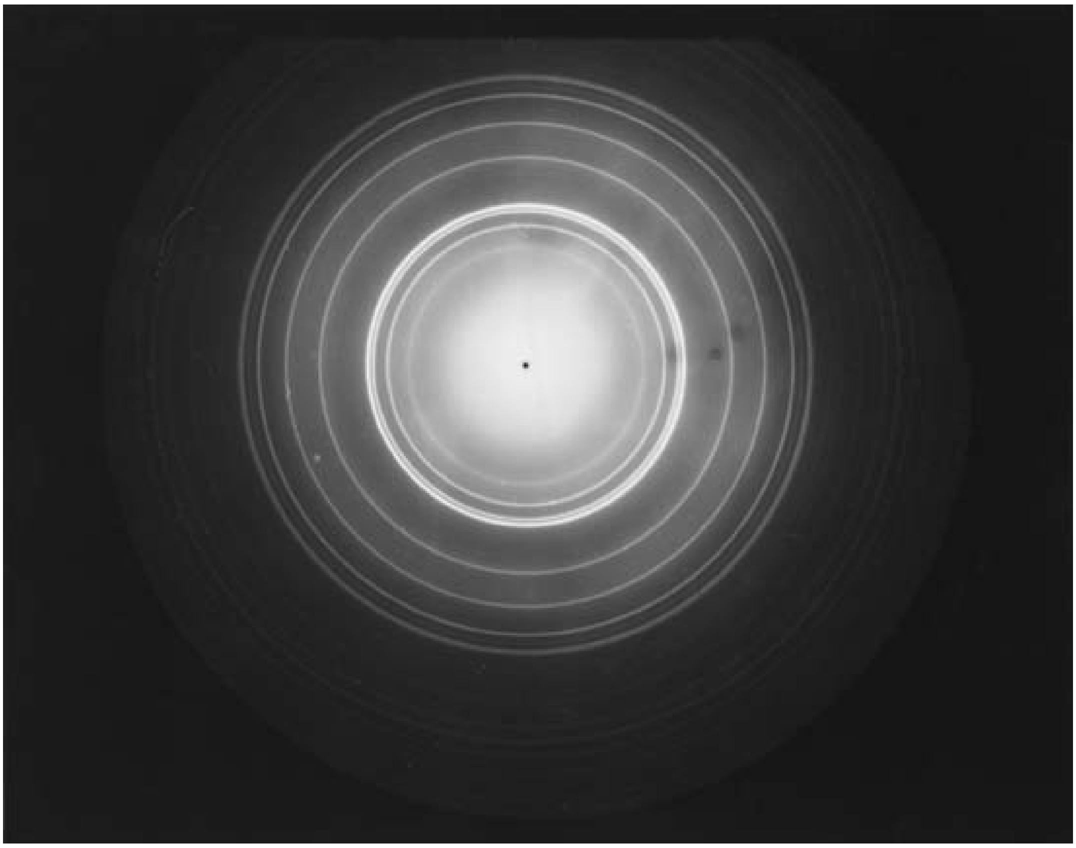
Entonces la energía cinética es:

$$E_c = \frac{p^2}{2m} = \frac{n^2 h^2}{8ma^2}; n = 1,2,3,...$$

La ecuación para la energía cuantizada.

La confirmación experimental de la hipótesis de las ondas piloto asociado a las partículas se presentó cuando un haz de electrones se difractó cuando incidió sobre un cristal de Níquel. Este experimento es conocido como experimento de Davisson-Germer.





Patrón de difracción electrónica para una muestra de cloruro de teluro.

La ecuación del movimiento ondulatorio.

La relación general entre frecuencia y longitud de onda es:

$$c = \lambda \nu$$

Para la propagación del campo eléctrico, ε, así pues la relación que indica el cambio sinusoidal de la magnitud ε respecto a la **posición, x,** y al **tiempo, t**, cambian:

$$\varepsilon(x,t) = A sen\ 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \nu t\right)$$

Para cualquier otra onda cuya velocidad de propagación sea ***v***, y además la perturbación no se propaga en un campo eléctrico, sino cualquier magnitud, ϕ, como es la amplitud de oscilación de una onda sinusoidal en una cuerda.

$$\phi(x,t) = A sen\ 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \nu t\right)$$

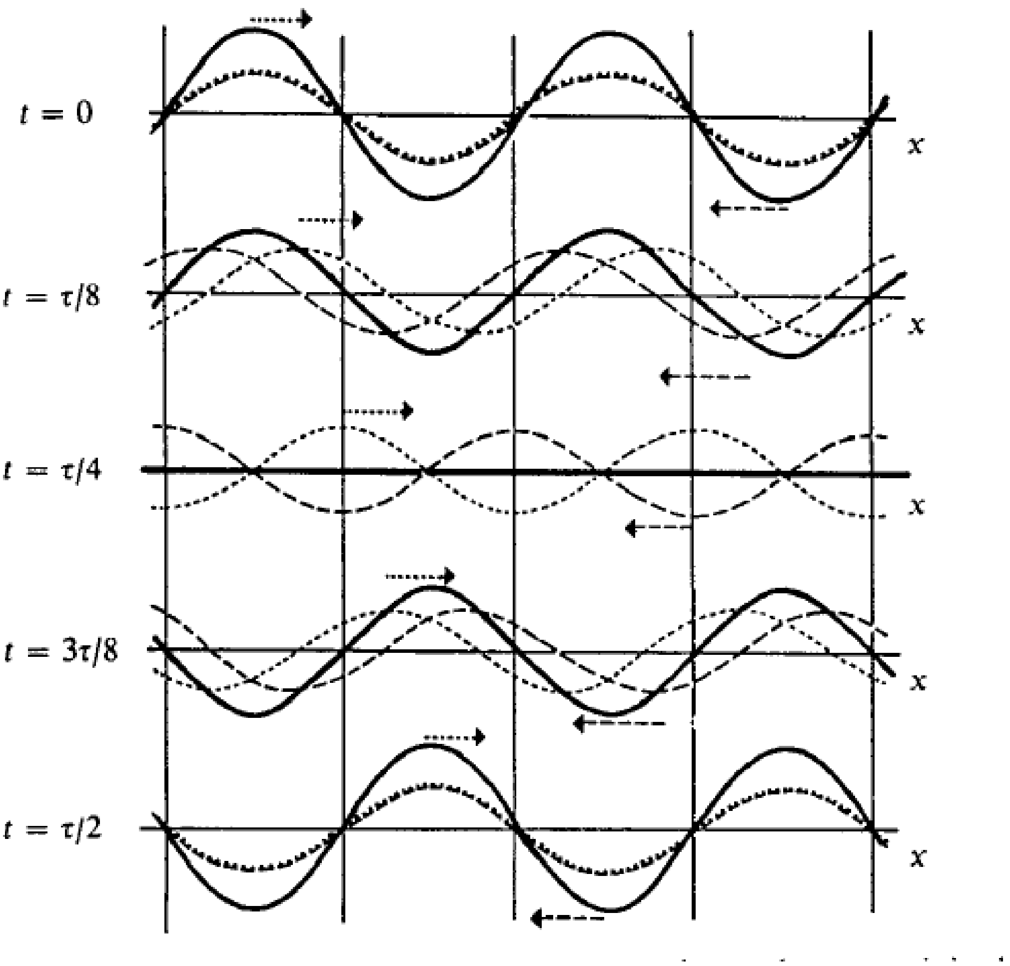
Esta función representa una onda sinusoidal de frecuencia ν y longitud de onda λ. Sin embargo, las funciones que dan un verdadero significado físico son las derivadas. Y para esta relación existe una relación simple entre sus derivadas, conocida como *ecuación general de onda.* La cual depende de la posición y del tiempo, pero incluye a la longitud de onda y a la frecuencia.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{1}{\lambda^2 \nu^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$$

Si a esta ecuación sutituimos $\lambda^2\nu^2$ por *v,* obtenemos

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \qquad (a)$$

De acuerdo con De Broglie, la onda asociada al movimiento de una partícula confinada debe ser una onda estacionaria, para que no interfiriera consigo misma.



La ecuación de onda estacionaria que representa a la figura anterior es:

$$\phi_{est}(x,t) = Asen\,2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \nu t\right) + Asen\,2\pi\left(\frac{x}{\lambda} + \nu t\right)$$

$$\phi_{est}(x,t) = 2A sen \frac{2\pi x}{\lambda} \cos 2\pi v t$$

$$\Psi(x) = 2A sen \frac{2\pi x}{\lambda}$$ función de la posición

$$\phi_{est}(x,t) = \Psi(x) \cos 2\pi v t$$

Esta es la función para toda onda estacionaria.

De acuerdo con De Broglie, la onda asociada al movimiento de una partícula confinada debe ser una onda estacionaria, para que no interfiera consigo misma.

¿Cuáles son las condiciones bajo las cuales $\phi_{est}(x,t)$ es una onda?

Primero debe cumplir con la ecuación (a) es decir, debemos determinar las segundas derivadas y sustituirlas en la ecuación general de onda. Del procedimiento se obtiene:

$$\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} = -\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \Psi(x)$$

LA ECUACIÓN DE SCHROEDINGER.
LA TEORÍA CUÁNTICA MODERNA

Erwin Schröedinger (1887-1961) utilizó la idea de las ondas piloto de De Broglie junto con la ecuación para el movimiento ondulatorio.

Estableció lo que llamó la Mecánica ondulatoria (1926), trabajo que apareció casi simultáneamente que el de Werner Heisenberg el cual se denominaba “sobre mecánica cuántica” en donde utilizaban matrices para resolver los sistemas.

Schröedinger demostró que estos trabajos, aparentemente distintos, eran en el fondo exactamente lo mismo.

Para partículas limitadas en cierta área, la onda asociada a su movimiento debe ser estacionaria.

Su amplitud debe venir dada por:

$$\phi_{est}(x,t) = \Psi(x)\cos 2\pi \nu t$$

Y debe satisfacer la ecuación general de onda

$$\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} = -\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \Psi(x)$$

$$\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} = -\left(\frac{2\pi p}{h}\right)^2 \Psi(x)$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} = -\frac{p^2}{\hbar^2}\Psi$$

Reescribiendo en términos de la energía quedaría:

$$-\frac{\hbar}{2m}\frac{d^2\Psi}{dx^2} + V\Psi = E\Psi$$

Ecuación de Schröedinger unidimensional, independiente del tiempo, para una partícula.

¿Qué tiene de particular el hecho de que la ecuación de Schröedinger sea una ecuación diferencial?

Que lo que intenta resolver es la(s) función(es) $\Psi(x)$ que satisface(n) la ecuación.

Ejercicio 1. Obtener la solución para:

$$\frac{d\Psi(x)}{dx} = 4$$

$$\frac{d\Psi(x)}{dx} = \frac{1}{x}$$

Ejercicio 2.

Obtener la solución de la ecuación

$$\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} = -\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \Psi(x)$$

La solución general de esta ecuación es

$$\Psi(x) = Asen\,\frac{2\pi x}{\lambda} + B\cos\frac{2\pi x}{\lambda}$$

Por lo tanto se presentan también un número infinito de soluciones, por los valores arbitrarios de A y B.

De estos dos ejemplos, es claro que la solución de la ecuación de Schröedinger ha de ser una función, o más bien, un conjunto de funciones Ψ(x) que satisfacen:

$$-\frac{\hbar}{2m}\frac{d^2\Psi}{dx^2} + V\Psi = E\Psi$$